

Erzeugung der Feinstrukturkonstante bei Stößen diskreter Objekte effektiver Felder der Standardphysik

1. Entstehung diskreter Strukturen im Vakuum

In den Standardmodellen der Elementarteilchen und der Kosmologie, also der bewährten Standardphysik, werden Felder verwendet, welche sich durchaus auch als effektive Felder interpretieren lassen. Im einfachen Fall, dass ein einziges, unendlich oft vorkommendes, diskretes Objekt alle Felder erzeugt, bietet sich folgendes Axiom für weitere Untersuchungen an, was in einem so einfachen Gas geschehen kann:

Es existiert einzig und allein eine Menge unendlich vieler, sich im dreidimensionalen Raum bewogender diskreter Objekte, die hier als gleich große harte Kugeln angenommen werden. Diese durchdringen den leeren Raum gleichförmig geradlinig. Eine Annäherung an eine andere Kugel erfolgt bis zum Zusammenstoß (Berührung), bei dem nur die Geschwindigkeitskomponenten in Richtung der Stoßachse (Berührungsnormale) ausgetauscht werden.

Den von der Raumzeit abhängigen Lagrange-Funktionen $L = T - V$, mit denen Theorien innerhalb der Standardphysik hergeleitet werden, müssen demnach Parameter zur Beschreibung der Geschwindigkeits- und Anzahldichteverteilungen diskreter Objekte zugeordnet werden. In diesem Gas sollten nun vor allem die bisher noch hinein zu steckenden Parameter erklärt und möglichst auch quantitativ bestimmt werden können. Für \hbar und c haben wir den Ansatz schon im "Diskret erweiterten Standardmodell" ([Wi 10]), wo sich diese Naturkonstanten in den natürlichen Einheiten mit dem Mittelwert 1 aus den im Vakuum zugeordneten Größen ergeben. Als weitere wichtige Naturkonstante wird die Feinstrukturkonstante $\alpha \approx 1/137$ angesehen, welche schon in "2005-ZufallsstößeFSK" ([Wi 05]) herzuleiten versucht wurde. Hier wird das mit etwas besseren Mitteln wiederholt. Deutlich wird dabei, dass die Annäherung an die Feinstrukturkonstante nach einer Million Stößen zwar besser wird, Einflüsse vom verwendeten Zufallsgenerator und der Kugelform bzw. dem unbekanntem Verhältnis von Kugeldurchmesser zur freien Weglänge im Vakuum, aber immer noch zu großen statistischen Schwankungen führen.

Durch Thermalisierung ([Wi 08]) wird aus jeder beliebigen eine Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilung. Durch deren Streuungsparameter ist auch die Durchschnittsgeschwindigkeit festgelegt.

Zur Beurteilung, ob hier zufällige Strukturbildungen und deren längerer Erhalt möglich sind, soll vorab untersucht werden, ob bei einfachen Strömungen, die aber noch ortsfrei beschrieben werden, massenweise Geschwindigkeitsbetriebsänderungen und bevorzugte Richtungen auftreten. In der Simulation, werden einseitige Stöße so betrachtet, als ob ein existierendes System eine Seite des umgebenden Normalraums abschirmt und sich die dadurch verursachte Änderung der Struktur des Vakuums wie bei der elektromagnetischen Wechselwirkung ausbreitet. Das wird hier durch Beschränkung der zulässigen Winkel erreicht. Der aktuelle Stand der Überlegungen zum Diskrete Objekte Modell ([Wi 10]) soll dadurch ergänzt werden. Wesentliche Merkmale müssen wegen der Ortsfreiheit aus der Stoßfrequenzraumwinkeldichte (vgl. in [Br 07]) in Zufallsgeneratoren zur Erzeugung von Stoßpartnern übertragen werden. Die Stoßtransformationen werden dabei wie in anderen vorgestellten Simulationsversuchen verwendet.

Aus dem Axiom der alleinigen Existenz von kleinsten Objekten folgt direkt, dass alle Felder des Standardmodells und der Allgemeinen Relativitätstheorie effektive Felder sein müssen. In diese werden momentan noch wichtige Parameter hinein gesteckt, welche nach dem Axiom erklärbar werden sollten. Dazu können nur die Geometrie, welche durch die Ortsveränderungen ständige Veränderungen von Auftreffwahrscheinlichkeiten hervorruft und die einzigen Ereignisse in diesem Gas harter Kugeln, also Stöße, beitragen. Unter der Annahme von punktförmigen kleinsten Objekten würde sich vermutlich gerade die Standardphysik ohne weitere Erklärungsmöglichkeit für die hinein zu steckenden Parameter ableiten lassen. Im diskret erweiterten Standardmodell ist demnach die bisherige Standardphysik als Grenzwert enthalten.

2. Stoßtransformationen

Eine räumliche Ausdehnung kleinster Objekte führt zwangsweise zu Stößen. Im einfachsten Fall können diese lokal betrachtet werden, ohne ein ausgehtes Feld mit seinen raumzeitlichen Veränderungen mit zu untersuchen. Ob daraus bereits ein Erkenntnisgewinn im Hinblick auf die gewünschte Erklärung von elementaren Naturkonstanten zu erzielen ist, kann nur mit Hilfe einer Untersuchung vieler Stöße und der dabei stattfindenden Veränderungen, erfolgen. Dafür sind zuerst die Stoßtransformationen erforderlich.

Zuerst wird die Relativgeschwindigkeit der Stoßpartner bestimmt:

$$\mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := \mathbf{v} - \mathbf{u} \quad (1)$$

Die Richtung der Relativgeschwindigkeit wird mit der Kugelkoordinaten-Transformation ermittelt, für die hier die in Mathcad eingebaute Funktion verwendet wird:

$$\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := \text{xyz2sph}(\mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{v})_0, \mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{v})_1, \mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{v})_2)_1 \quad (2)$$

$$\Theta(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := \text{xyz2sph}(\mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{v})_0, \mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{v})_1, \mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{v})_2)_2 \quad (3)$$

Bei den Ergebnissen mit der ausführlichen Transformation gemäß dem Artikel über **Kugelkoordinaten** in Wikipedia, nimmt Φ Werte von 0 bis 2π an.

Die Stoßachsenwinkel ergeben sich i.A. zufallsabhängig, wobei gleichwahrscheinliche parallele Bahnen zur Richtung der Relativgeschwindigkeit angenommen werden. Das ist auf gleichwahrscheinliche parallele Bahnen bei den Stoßpartnern zurückzuführen. Damit ergibt sich in kartesischen Koordinaten der Stoßachsenvektor:

$$\mathbf{S}_z(\theta_s, \phi_s) := \begin{pmatrix} \cos(\phi_s) \cdot \sin(\theta_s) \\ \sin(\phi_s) \cdot \sin(\theta_s) \\ \cos(\theta_s) \end{pmatrix} \quad (4)$$

Dieser wurde relativ zur Richtung der Relativgeschwindigkeit $\mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ erzeugt und muss nun im ursprünglichen Koordinatensystem (dem Laborsystem von \mathbf{u} und \mathbf{v}) ausgedrückt werden, was durch zwei hintereinander ausgeführte Drehungen erreicht wird:

$$\mathbf{Dz}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := \begin{pmatrix} \cos(\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{v})) & \sin(\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{v})) & 0 \\ -\sin(\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{v})) & \cos(\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{v})) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{Dy}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := \begin{pmatrix} \cos(\Theta(\mathbf{u}, \mathbf{v})) & 0 & -\sin(\Theta(\mathbf{u}, \mathbf{v})) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\Theta(\mathbf{u}, \mathbf{v})) & 0 & \cos(\Theta(\mathbf{u}, \mathbf{v})) \end{pmatrix} \quad (6)$$

Damit ergibt sich die Stoßachse im ursprünglichen Koordinatensystem durch das zweifache Zurückdrehen zu:

$$\mathbf{S}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) := \mathbf{Dz}(\mathbf{u}, \mathbf{v})^{-1} \cdot \mathbf{Dy}(\mathbf{u}, \mathbf{v})^{-1} \cdot \mathbf{S}_z(\theta_s, \phi_s) \quad (7)$$

Dieses \mathbf{S} entspricht beim Zentralstoß auf eine ruhende Kugel dem ursprünglichen \mathbf{u} bzw. beim Zentralstoß auf ein beliebiges \mathbf{v} allgemeiner dem Relativgeschwindigkeitsvektor \mathbf{w} normiert auf 1.

Beim Stoß werden nun die zur Stoßachse parallelen Geschwindigkeiten der beiden beteiligten Kugeln ausgetauscht. Alle Vektoren sollen jedoch weiterhin im ursprünglichen Koordinatensystem betrachtet werden.

$$\mathbf{u}_p(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) := \mathbf{S}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) \cdot (\mathbf{S}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) \cdot \mathbf{u}) \quad (8)$$

parallele Geschwindigkeiten

$$\mathbf{v}_p(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) := \mathbf{S}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) \cdot (\mathbf{S}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) \cdot \mathbf{v}) \quad (9)$$

$$\mathbf{u}_o(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) := \mathbf{u} - \mathbf{u}_p(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) \quad (10)$$

orthogonale Geschwindigkeiten

$$\mathbf{v}_o(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) := \mathbf{v} - \mathbf{v}_p(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) \quad (11)$$

$$\mathbf{u}_s(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) := \mathbf{v}_p(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) + \mathbf{u}_o(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) \quad (12)$$

Geschwindigkeiten nach Stoß

$$\mathbf{v}_s(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) := \mathbf{u}_p(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) + \mathbf{v}_o(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \theta_s, \phi_s) \quad (13)$$

Sind demnach die erforderlichen Stoßtransformationen.

3. Simulation zufälliger Stöße mit speziellen Symmetrien

Für die Simulation von Systemen im ortslosen Gas können bereits gespeicherte Daten verwendet werden, um z weitere Stöße damit zu erzeugen, was hier jedoch nicht erforderlich ist:

Der `zaehler := READPRN("zahl.prn")` dient der internen Durchlaufzählung. (14)

`zaehler := 1`

`WRITEPRN("zahl.prn") := zaehler + 1` `zaehler = (14)` (15)

Es könnten die alten Geschwindigkeitsvektoren \mathbf{u}_s als neue \mathbf{u} verwendet werden. Die gesamte Menge der $z = 2 * N$ Teilchen wird so durch neue zufällige Stöße aus der Umgebung bei jedem Durchlauf verändert.

`X := READPRN("PSI-FSK-diskret.prn")` `Z := rows(X) = 1`

Beim ersten Durchlauf des Dokuments ist der Speicher leer und deshalb `Z := 1`

Die Zahl der Durchläufe und damit Stöße ist demnach hier `zz := Z / 4 * N = 1`

Es werden N Kugeln in einem Durchlauf des gesamten Dokuments betrachtet:

`N := 100000` ist die Zahl der in einem Durchlauf generierten Stoßpaare. (16)

Geschwindigkeitsbeträge \mathbf{u} , für die neuen Stöße, könnten aus den alten gespeicherten Werten des ortslosen Gases stammen, falls ein System betrachtet werden soll, bei dem die Geschwindigkeiten beispielsweise durch das bessere Hineinpassen eines Geschwindigkeitsbetrags oder wegen günstigerer Raumwinkelbereiche in einem vorhandenen Strom gespeichert werden sollen. Diese Möglichkeit des vorliegenden Programms wurde ebenfalls betrachtet, würde aber hier bei der Untersuchung einer möglichen Erzeugung der Feinstrukturkonstante zu weit führen und die Rechnungen sind deshalb ausgeschaltet (kleines schwarzes Quadrat rechts oben an dem Ausdruck).

Für `i := 0.. N - 1` (17)

wird der erste Teil des Dokuments (Programm) N mal durchlaufen.

`u_i := X(i * zz) * 4 + 2` (18)

Mit dem Zufallsgenerator für die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung werden bei jedem Programmdurchlauf des gesamten Dokuments neue zufällige \mathbf{v} erzeugt, die demnach die Durchschnittsgeschwindigkeit 1 besitzen:

$$\sigma := \frac{\sqrt{\pi}}{2 \cdot \sqrt{2}} = 0.6266570687 \quad (19)$$

$$F(x) := \int_0^x \frac{\sqrt{2} \cdot x^2}{\sqrt{\pi} \cdot \sigma^3} \cdot e^{-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma^2}} dx \quad (20) \quad ZGv(\mathbf{v}, \mathbf{V}) := F(\mathbf{v}) - \mathbf{V} \quad (21)$$

$$F(10) = 1$$

$$\mathbf{v} := 1 \quad \text{Werte zur Initiierung der Lösung} \quad \mathbf{u} := 1 \quad (22)$$

Die Geschwindigkeitsbeträge werden mit Hilfe der Umkehrfunktion (root) aus zufällig zwischen Null und Eins erzeugten Zahlen ermittelt. Alternativ werden die alten u_s vom letzten Durchlauf als neue \mathbf{u} verwendet

$$\mathbf{V}_i := \text{rnd}(1) \quad \mathbf{U}_i := \text{rnd}(1) \quad (23)$$

$$\mathbf{v}_i := \text{root}(ZGv(\mathbf{v}, \mathbf{V}_i), \mathbf{v}) \quad \mathbf{u}_i := \text{root}(ZGv(\mathbf{u}, \mathbf{U}_i), \mathbf{u}) \quad (24)$$

Im ortslosen Gas ist der Vektorwinkel β neben den Geschwindigkeitsbeträgen für die Stoßfrequenz auf ein Probeobjekt maßgeblich. Einen Einfluss auf die Auswahl dieser Flugwinkel kann nur die von den jeweiligen Relativgeschwindigkeiten bestimmte Stoßfrequenz aus verschiedenen Richtungen auf ein gerade betrachtetes Objekt haben. Dazu wird die altbekannte Überlegung von Pythagoras verwendet. Bei der Thermalisierung (vgl. [Wi 08]) kam der Faktor $\sin(\beta)$ wegen der Isotropie und Homogenität des Mediums zustande. Es gab aus keinem Raumwinkelbereich eine Bevorzugung. Im Zusammenhang mit der Beschreibung des Spins von Elementarteilchen, welche die Feinstrukturkonstante erzeugen könnten, kann hier eine Asymmetrie durch Weglassen bzw. Ersatz des Faktors $\sin(\beta)$ möglich sein. Im einfachsten Fall wäre das 1, was aber für einen ausgewählten Punkt gerade das merkwürdige Verhalten des Spins gegenüber einem Bahndrehimpuls für Punktteilchen des Standardmodells beschreiben kann. Im Bohr-Sommerfeldschen Atommodell wurde das durch den Unterschied der Halbachsen auf der Ellipsenbahn des Elektrons erklärt. Die korrekte quantenmechanische Beschreibung kann mit effektiven Feldern wieder zu einer Asymmetrie bei den möglichen Stoßfrequenzraumwinkeldichten ([Br 07]) führen und dadurch 1 oder einen wenig davon abweichenden Faktor erklären.

$$G(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \beta) := \frac{\int_0^\beta \sqrt{\mathbf{u}^2 + \mathbf{v}^2 - 2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \cdot \cos(\pi - \beta)} d\beta}{\int_0^\pi \sqrt{\mathbf{u}^2 + \mathbf{v}^2 - 2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \cdot \cos(\pi - \beta)} d\beta} \quad (25)$$

$$G(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \pi) = 1 \quad \text{z.B.} \quad G(1, 1, \pi) = 1$$

$$FG(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \beta, \mathbf{y}) := G(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \beta) - \mathbf{y} \quad (26)$$

Zur Nullstellenbestimmung wird die Lösungsmenge mit zufälligen Näherungslösungen aus den zulässigen Intervallen initiiert. $0 < y_i < 1$ ist der Funktionswert des Generators.

$$\mathbf{y} := \text{rnd}(1) \quad \mathbf{y}_i := \text{rnd}(1) \quad (28)$$

$$\text{Mit} \quad \beta := \frac{\pi}{2} \quad \text{zur Initialisierung ergibt sich nun der gesuchte Zufallsgenerator.} \quad (27)$$

$$\beta_i := \text{root}(\text{FG}(\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \beta, \mathbf{y}_i), \beta) \quad \sum_i \frac{\beta_i}{N} = 1.2374604649 \quad (29)$$

Außerdem muss noch Φ der Drehwinkel des Vektors \mathbf{v} um die Richtung von \mathbf{u} zufällig bestimmt werden.

$$\Phi_i := \text{rnd}(2 \cdot \pi) \quad (30)$$

Zusätzlich werden neue Stoßachsenwinkel generiert, bei denen ϕ und θ auf der Annahme gleichwahrscheinlicher paralleler Bahnen beruhen und die stoßenden Vektoren aus der beobachteten Menge und der zufälligen Umgebung bestimmt. An diesen erforderlichen Winkeln für jeden einzelnen Stoß scheitert bisher eine numerische Integration der Stoßtransformationen.

$$\theta_{s_i} := \text{asin}(\sqrt{\text{rnd}(1)}) \quad (31)$$

$$\phi_{s_i} := \text{rnd}(2 \cdot \pi) \quad (32)$$

$$\mathbf{U}^{\langle i \rangle} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{u}_i \end{pmatrix} \quad \text{z.B.:} \quad \mathbf{U}^{\langle 1 \rangle} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.333463269 \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{VB}^{\langle i \rangle} := \begin{pmatrix} \mathbf{v}_i \cdot \sin(\pi - \beta_i) \cdot \cos(\Phi_i) \\ \mathbf{v}_i \cdot \sin(\pi - \beta_i) \cdot \sin(\Phi_i) \\ \mathbf{v}_i \cdot \cos(\pi - \beta_i) \end{pmatrix} \quad (34)$$

Hier wird \mathbf{u} in z-Richtung angenommen und \mathbf{v} nimmt bei seiner zufälligen Erzeugung Bezug darauf. Weil das Stoßgebilde im Moment der Berührung aus zwei fest zueinander ausgerichteten Vektoren besteht, muss \mathbf{v} noch ins ursprüngliche Koordinatensystem gedreht werden. In Kugelkoordinaten werden die \mathbf{U} zu \mathbf{B} und deren Drehwinkel sind:

$$\mathbf{B}^{\langle i \rangle} := \text{xyz2sph}(\mathbf{U}_{0,i}, \mathbf{U}_{1,i}, \mathbf{U}_{2,i}) \quad (35)$$

$$\phi \mathbf{B}_i := (\mathbf{B}^{\langle i \rangle})_1 \quad \theta \mathbf{B}_i := (\mathbf{B}^{\langle i \rangle})_2 \quad (36)$$

Das Zurückdrehen der zufällig erzeugten Vektoren \mathbf{V} erfolgt nun durch die Matrizen mit den Winkeln θ und ϕ :

$$\mathbf{D}\phi(\phi) := \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (37) \quad \mathbf{D}\theta(\theta) := \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (38)$$

Mit diesen ergibt sich durch die Drehung:

$$\mathbf{V}^{\langle i \rangle} := \mathbf{D}\phi(\phi \mathbf{B}_i) \cdot \mathbf{D}\theta(\theta \mathbf{B}_i) \cdot \mathbf{VB}^{\langle i \rangle} \quad (39)$$

Damit ergeben sich nach dem Stoß die beiden Geschwindigkeitsvektoren:

$$\mathbf{U}_s^{\langle i \rangle} := \mathbf{u}_s(\mathbf{U}^{\langle i \rangle}, \mathbf{V}^{\langle i \rangle}, \theta_{s_i}, \phi_{s_i})^{\blacksquare} \quad (40)$$

$$\mathbf{V}_s^{\langle i \rangle} := \mathbf{v}_s(\mathbf{U}^{\langle i \rangle}, \mathbf{V}^{\langle i \rangle}, \theta_{s_i}, \phi_{s_i})^{\blacksquare} \quad (41)$$

Diese sind für weitere Untersuchungen im ursprünglichen Koordinatensystem ausgedrückt, welche wir aber hier nicht benötigen.

Von den zwei Stoßpartnern ist einer nach dem Stoß besser in ein betrachtetes System integriert, als der andere. Die Entscheidung darüber erfolgt in der Natur automatisch, weil der schlechter passende den Systembereich eher verlässt. Hier, in der vorerst einfacheren ortslosen Beschreibung wird die Entscheidung nach dem besser zutreffenden Winkel und falls zwei in die gleiche Richtung zeigen nach dem Geschwindigkeitsbetrag, getroffen:

Die Θ_u und Θ_v laufen von 0 bis π , sind also den im Bild vertikalen Winkeln zugeordnet, welche hier nicht für die Auswahl berücksichtigt werden. Die Φ_u und Φ_v laufen von $-\pi$ bis π und dienen zur Auswahl der bevorzugten Richtung, also der Drehung, welche vielleicht dem Spin zugeordnet werden können. Diese **Selektion** ist hier ausgeschaltet.

$$\begin{aligned}
 u_{1s_i} &:= \left| u_s \left(\mathbf{U}^{(i)}, \mathbf{V}^{(i)}, \theta_{s_i}, \phi_{s_i} \right) \right|^2 & v_{1s_i} &:= \left| v_s \left(\mathbf{U}^{(i)}, \mathbf{V}^{(i)}, \theta_{s_i}, \phi_{s_i} \right) \right|^2 \\
 U_{1s}^{(i)} &:= \begin{cases} \mathbf{V}_s^{(i)} & \text{if } v_{1s_i} < u_{1s_i} \\ \mathbf{U}_s^{(i)} & \text{otherwise} \end{cases} & V_{1s}^{(i)} &:= \begin{cases} \mathbf{U}_s^{(i)} & \text{if } v_{1s_i} < u_{1s_i} \\ \mathbf{V}_s^{(i)} & \text{otherwise} \end{cases} \\
 U_s^{(i)} &:= U_{1s}^{(i)} & V_s^{(i)} &:= V_{1s}^{(i)} \\
 u_{s_i} &:= \left| U_s^{(i)} \right|^2 & v_{s_i} &:= \left| V_s^{(i)} \right|^2
 \end{aligned}$$

Die hier nicht betrachtete schon oben erwähnte Selektion könnte einen Zusammenhang beschreiben, wie er im Bohr-Sommerfeldschen-Atommodell zur Einführung und Erklärung der Feinstruktur von Spektrallinien verwendet wird. Wegen der hiesigen Beschränkung auf einen Punkt im ortslosen Gas, wird das Resultat der Erzeugung durch Drehimpuls und Spin in den dann notwendigerweise in der Raumzeit zu betrachtenden effektiven Feldern, als gegeben vorausgesetzt. Der Wegfall des Faktors $\sin(\beta)$ im obigen Zufallsgenerator führt zur Beschreibung einer Ausbreitung von einem Punktteilchen aus, wobei aber die Stoßhäufigkeit anisotropisch verschoben ist. Es ergibt sich ein vom Normalraum abweichender Erwartungswert des Winkels β (29). Im echten Gas müssten die noch unbekanntenen Objektdurchmesser und die freien Weglängen berücksichtigt werden.

$$u_{s_i} := \left| u_s \left(\mathbf{U}^{(i)}, \mathbf{V}^{(i)}, \theta_{s_i}, \phi_{s_i} \right) \right|^2 \quad v_{s_i} := \left| v_s \left(\mathbf{U}^{(i)}, \mathbf{V}^{(i)}, \theta_{s_i}, \phi_{s_i} \right) \right|^2 \quad (42)$$

$$\Delta X_{akt} := \mathbf{v} + \mathbf{u} - \mathbf{u}_s - \mathbf{v}_s \quad (43)$$

Bei den aktuell betrachteten Stößen interessieren vor allem die Änderungen der Geschwindigkeitsbeträge, weil diese die Umgebung beeinflussen.

$$\begin{aligned}
 X_{al} &:= \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..N-1 \\ \quad \mathbf{vv}_i \leftarrow \Delta X_{akt_i} \text{ if } \Delta X_{akt_i} \geq 0 \\ \quad \mathbf{vv}_i \leftarrow 0 \text{ otherwise} \\ \quad \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{vv}_i \\ \quad \hline N \end{array} \right. & (44) \\
 & \quad X_{al} = 0.0344788687
 \end{aligned}$$

beschreibt dabei Stöße mit abnehmendem Geschwindigkeitsbetrag und

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{X}_{z1} := \left| \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 0..N-1 \\
 \left| \begin{array}{l}
 vv_i \leftarrow \Delta X_{akt_i} \text{ if } \Delta X_{akt_i} < 0 \\
 vv_i \leftarrow 0 \text{ otherwise}
 \end{array} \right. \\
 \sum_{i=0}^{N-1} vv_i \\
 \hline
 N
 \end{array} \right. \qquad \mathbf{X}_{z1} = -0.0473358076
 \end{array} \quad (45)$$

solche mit zunehmendem Geschwindigkeitsbetrag.

$$\Delta GX := \frac{\sum_i \Delta X_{akt_i}}{N} = -0.0128569389 \quad (46)$$

ist der Gesamtwert, welcher, wie die beiden Geschwindigkeitsbetragsdurchschnitte nach den Stößen nur für eventuelle weitere Untersuchungen gespeichert werden.

$$\mathbf{u}_{sL} := \sum_i \frac{u_{s_i}}{N} = 1.0071324049 \quad (47)$$

$$\mathbf{v}_{sL} := \sum_i \frac{v_{s_i}}{N} = 1.0057476794 \quad (48)$$

Zusammengefasst werden hier nur die wichtigsten Einflussfaktoren für einen erwarteten Mittelwert bei häufigen Stoßwiederholungen.

$$\psi^{(i)} := \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ u_{s_i} \\ v_{s_i} \end{pmatrix} \quad (49)$$

Zur externen Speicherung wird daraus ein einfacher Vektor gebildet, der an eine bestehende Datei angehängt werden kann.

$$\mathbf{psi} := \left| \begin{array}{l}
 \mathbf{vec} \leftarrow \psi^{(0)} \\
 \text{for } j \in 1..N-1 \\
 \mathbf{vec} \leftarrow \mathbf{stack}(\mathbf{vec}, \psi^{(j)}) \\
 \mathbf{vec}
 \end{array} \right. \quad (50)$$

$$\mathbf{APPENDPRN}(\text{"PSI-FSK-diskret.prn"}) := \mathbf{psi} \quad (51)$$

Beim ersten Durchlauf wird WRITEPRN verwendet, sonst APPENDPRN zum Anhängen des gesamten psi. Im auszudruckenden Dokument wird das zur späteren Reproduzierbarkeit ausgeschaltet.

4. Auswertung der Stoßversuche

Zur Analyse der Daten werden diese eingelesen und aus ihnen die interessierenden Elemente ermittelt, indem die Gesamtzahl durch 4 geteilt wird.

$$\mathbf{X} := \text{READPRN}(\text{"PSI-FSK-diskret.prn"}) \quad (52)$$

$$\mathbf{k} := \text{rows}(\mathbf{X}) \quad \mathbf{k} = 4000000 \quad (53)$$

Die Zahl der Stöße ist demnach hier $\mathbf{z} := \frac{\mathbf{k}}{4}$ also $\mathbf{z} = 1000000$. (54)

Für $\mathbf{j} := 1.. \mathbf{z}$ ergeben sich die Geschwindigkeitsbeträge vor und nach dem Stoß:

$$\mathbf{u}_{\mathbf{j}-1} := \mathbf{X}(\mathbf{j}-1) \cdot 4 \quad (55)$$

$$\mathbf{v}_{\mathbf{j}-1} := \mathbf{X}(\mathbf{j}-1) \cdot 4 + 1 \quad (56)$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{s}_{\mathbf{j}-1}} := \mathbf{X}(\mathbf{j}-1) \cdot 4 + 2 \quad (57)$$

$$\mathbf{v}_{\mathbf{s}_{\mathbf{j}-1}} := \mathbf{X}(\mathbf{j}-1) \cdot 4 + 3 \quad (58)$$

Damit können nun die Veränderungen bei den Geschwindigkeitsbeträgen verfolgt werden. Zuerst interessiert beispielsweise die Gesamtveränderung:

$$\Delta \mathbf{X} := (\mathbf{u} + \mathbf{v}) - (\mathbf{u}_s + \mathbf{v}_s) \quad (59)$$

Nach den Stößen sind die Summen allerer Geschwindigkeitsbeträge meistens größer als 2 und demnach größer als vor den Stößen, wenn diese rund 1 waren.

Als Durchschnittswert ergibt sich nach den betrachteten \mathbf{z} Stößen:

$$\Delta \mathbf{G} := \frac{\sum \Delta \mathbf{X}_{\mathbf{j}-1}}{\mathbf{z}} \quad \text{hier demnach} \quad \Delta \mathbf{G} = -0.0130702591 \quad (60)$$

Bei sehr großen Stoßzahlen streben solche Zahlen vermutlich gegen Grenzwerte, welche in Theorien zur Untersuchung von Systemen diskreter Elemente effektiver Felder eine wichtige physikalische Bedeutung haben sollten.

Für die Geschwindigkeitsbeträge \mathbf{u} und \mathbf{v} wird, wie oben erwähnt, eigentlich ebenfalls ein Zufallsgenerator benötigt. Anfänglich sind wir davon ausgegangen, dass es sich um ein genügend großes dünnes Medium handelt, so dass die Geschwindigkeitsbeträge unabhängig von vorherigen Stößen sind. Als Geschwindigkeitsverteilung wird deshalb eine so reskalierte Maxwellverteilung verwendet, dass die Durchschnittsgeschwindigkeit 1 wird und σ dem entsprechend wie in (19) definiert:

$$\sigma = 0.6266570687$$

Als Wahrscheinlichkeitsdichte für eine Erwürfelung zufälliger Maxwell- verteilter Geschwindigkeiten ergibt sich deshalb die gleiche Dichte wie oben, nur ist hier die Abhängigkeit von σ mit dargestellt:

$$\mathbf{f}(\mathbf{v}, \sigma) := \frac{\sqrt{2} \cdot \mathbf{v}^2}{\sqrt{\pi} \cdot \sigma^3} \cdot e^{-\frac{\mathbf{v}^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad \int_0^{\infty} \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{v}, \sigma) \, \mathbf{d}\mathbf{v} = 1 \quad \text{ist deren Erwartungswert} \quad (61)$$

Damit ergibt sich deren Streuung zu:

$$\sigma := \sqrt{\int_0^{\infty} v^2 \cdot f(v, \sigma) dv - \left(\int_0^{\infty} v \cdot f(v, \sigma) dv \right)^2} \quad (62)$$

$$\sigma = 0.422015693 \quad \text{entsprechend} \quad \sqrt{3 - \frac{8}{\pi}} \cdot \sigma = 0.422015693$$

ist die Wurzel der Varianz bzw. die Streuung für den Normalraum oder ein hier nicht betrachtetes System mit dem angepassten σ von oben anstelle 0.6266570687,

Eine solche Geschwindigkeitsverteilung ist in sehr vielen Versuchen bestätigt und somit der **Standardfall unserer natürlichen Umgebung**. Deshalb liegt es nahe, zu versuchen, was für einen Mittelwert beispielsweise das Produkt der Varianz aus (58) und den mittleren Geschwindigkeitsveränderungen (43) bzw. umfangreicher mit (59) und (60) ergibt.

Um die Entwicklung für alle Einzelstöße nachvollziehen zu können, wird auf die gespeicherten Resultate wieder das gleiche Verfahren angewandt. Die Trennung von Stoßpaaren, bei denen eine Geschwindigkeitsbetrags- bzw. Impulsabnahme oder -zunahme entsteht, mischt zwar im Vakuum wieder, das Produkt mit der Varianz kann aber als lokale Wirkung in der ortslosen Simulation interpretiert werden. Damit lässt sich vielleicht ein Zusammenhang zur Heisenbergschen Unschärferelation herleiten.

$$\mathbf{X}_a := \begin{cases} \text{for } j \in 0..z-1 \\ \left| \begin{array}{l} vv_j \leftarrow \Delta X_j \text{ if } \Delta X_j \geq 0 \\ vv_j \leftarrow 0 \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \frac{\sum_{j=0}^{z-1} vv_j}{z} \end{cases} \quad (63) \quad \mathbf{X}_a = 0.0344363207$$

Dies sind die Geschwindigkeitsabnahmen-Durchschnitte bei den Stößen und

$$\mathbf{X}_z := \begin{cases} \text{for } j \in 0..z-1 \\ \left| \begin{array}{l} vv_j \leftarrow \Delta X_j \text{ if } \Delta X_j < 0 \\ vv_j \leftarrow 0 \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \frac{\sum_{j=0}^{z-1} vv_j}{z} \end{cases} \quad (64) \quad \mathbf{X}_z = -0.0475065798$$

die entsprechenden Geschwindigkeitszunahmen-Durchschnitte.

Für alle betrachteten Stöße wird demnach der Mittelwert der Geschwindigkeitsveränderung bestimmt (Werte < 0 entstehen durch Subtraktion vergrößerter Beträge) und für die graphische Darstellung zwischengespeichert:

$$\alpha_L := \left(\frac{\mathbf{X}_a - \mathbf{X}_z}{2} \right) \cdot \sigma^2 = 0.0072854842 \quad \text{für aktuelle N Stöße} \quad (65)$$

$$\alpha := \left(\frac{\mathbf{X}_a - \mathbf{X}_z}{2} \right) \cdot \sigma^2 = 0.0072969024 \quad \text{für Auswertung aller Durchläufe} \quad (66)$$

Mit diesen Ergebnissen wird nun ein Vektor gebildet, der an eine Datei der Parameter nach jedem Durchlauf für die weitere Auswertung angehängt wird. Die mit gespeicherten Durchschnittsgeschwindigkeiten können für weitere Auswertungen und Deutungen verwendet werden.

$$\text{par} := \begin{pmatrix} \text{alpha_L} \\ \text{alpha} \\ \text{u}_{sL} \\ \text{v}_{sL} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0072854842 \\ 0.0072969024 \\ 1.0071324049 \\ 1.0057476794 \end{pmatrix} \quad (67)$$

Diese werden an die Datei der Parameter angehängt (für den Ausdruck ausgeschaltet).

$$\text{APPENDPRN}(\text{"Param-FSK-diskret.prn"}) := \text{par} \quad (68)$$

$$\text{Parameter} := \text{READPRN}(\text{"Param-FSK-diskret.prn"}) \quad (69)$$

$$\text{r} := \text{rows}(\text{Parameter}) \quad \text{r} = 40 \quad (70)$$

$$\text{d} := \frac{\text{r}}{4} \quad \text{Durchläufe} \quad \text{d} = 10 \quad (71)$$

Zur grafischen Darstellung wird hier ein neuer (eigentlich überflüssiger) Index eingeführt:

$$\mathbf{K} := 0.. \text{d} - 1 \quad (72)$$

Die Parameter für die Grafik werden aus den entsprechenden Stellen der Datei eingelesen.

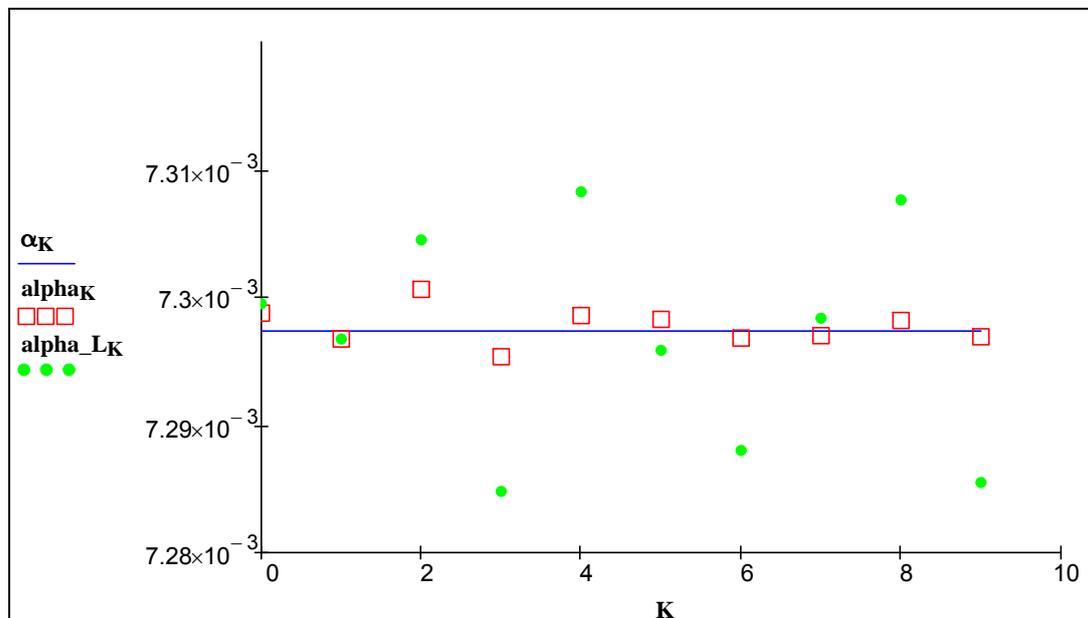
$$\text{u}_{sL\mathbf{K}} := \text{Parameter}_{\mathbf{K}.4+2} \quad \text{v}_{sL\mathbf{K}} := \text{Parameter}_{\mathbf{K}.4+3} \quad (73)$$

$$\text{alpha_L}_{\mathbf{K}} := \text{Parameter}_{\mathbf{K}.4} \quad \text{alpha}_{\mathbf{K}} := \text{Parameter}_{\mathbf{K}.4+1} \quad (74)$$

$$\text{Mit dem Vergleichswert: } \alpha_{\mathbf{K}} := 0.0072973525 \quad (1/137 \approx \text{Feinstrukturkonstante}), \quad (75)$$

ergibt sich im Vergleich zur blauen Linie damit folgende Entwicklung dieser Werte für

$$z = 1000000 \quad \text{Stöße} \quad \text{mit dem Endwert} \quad \text{alpha}_{\text{d}-1} = 0.0072969024$$



Im Bild werden die Ergebnisse von 10 mal jeweils 100 000 Stößen dargestellt. Verschiedene Kennzahlen in der gleichen Größenordnung ergeben sich bei wiederholten Sequenzen der 10 Programmdurchläufe oder wenn anstelle (21) und (25) zufällige Geschwindigkeiten bzw. Winkel mit anderen Wahrscheinlichkeitsverteilungen erwürfelt werden. Damit könnten auch noch im ortslosen Gas Ergebnisse für Systeme untersucht werden, welche eine andere energieabhängige "Feinstrukturkonstante" erzeugen würden. Der zugehörige Vektorwinkel β (hier im Durchschnitt 1.2374604649 im Gegensatz zum isotropen und homogenen Normalraum von ungefähr $1.26 \approx 72^\circ$) verändert sich dabei. Hier wird aber nur die intuitive Erkenntnis verwendet, dass der Faktor $\sin(\beta)$ in (25) mit der Beschreibung des Spins von Elementarteilchen in Verbindung gebracht werden könnte. Die Abschirmung von Stoßpartnern aus dem Systemzentrum könnte gerade den beobachteten Unterschied des Spins vom klassischen Drehimpuls erzeugen, was zur notwendigen Beschreibung mit Hilfe axialer Vektoren führen würde und den hiesigen Rahmen sprengt.

Von Nutzen für die Beurteilung des Wertes dieser Überlegungen wäre vor allem der Versuch, die Ergebnisse mit anderen Computer Algebra Systemen nachzuvollziehen. Vielleicht auch mit analytischen Methoden.

Ausblick: Für Untersuchungen in der Raumzeit ist die Zuordnung des kinetischen Energieanteils der Lagrangefunktion zu den Bewegungen der kleinsten Objekte nachvollziehbar. Der potenziellen Energie können Auftreffwahrscheinlichkeiten bzw. Stoßfrequenzen zugeordnet werden. Die ortslose Theorie wird durch die Raumzeit zur effektiven Feldtheorie. Der in (25) weggelassene Faktor $\sin(\beta)$ könnte einen Grenzwert beschreiben, wenn das betrachtete Gebiet nach einer freien Weglänge in den Normalraum über geht und thermalisiert. Hier öffnen sich vielfältige Möglichkeiten für neue Theorien.

5. Literatur

[Br 07] Brendel, L.; ohne Titel (Stoßwahrscheinlichkeiten im Harte Kugeln Gas); unveröffentlichtes Manuskript; Uni Duisburg 2007; <http://www.uratom.de/Beweise/B-stoss.pdf>

[Wi 05] Wiese, A.L.; Zufällige Stöße; 2005; <http://struktron.de/alt/2005-ZufallsstößeFSK.pdf>

[Wi 08] Wiese, A.L.; Thermalisierung; <http://struktron.de/alt/2009-Thermalisierung.pdf>

[Wi 10] Wiese, A.L.; Einfache diskrete Objekte zur Erweiterung des Standardmodells, Sarajevo und Porec 8/2010, <http://struktron.de/HKM.pdf>

Albert Lothar Wiese, <http://struktron.de/>